

PROGRAMM

des

Königl. und Stadt-Gymnasiums zu Cöslin,

womit zu der

Feier des 22. März

und der am Schluß angezeigten öffentlichen Prüfung

ehrerbietigst einladet

DR. F. ROEDER, Director.

Inhalt:

1. Abriss der Verhältnisslehre vom Gymnasiallehrer Dr. Tägert.
2. Schulnachrichten über das Jahr $18^{61}/_{62}$ vom Director.

COESLIN, 1862.
Gedruckt bei A. L. Budack.

Abriss der Verhältnisslehre.

§. 1. Erklärung: Eine Grösse, welche mit einer positiven ganzen Zahl multiplicirt einer zweiten Grösse gleich wird, heisst ein Mass derselben; letztere wird ein Vielfaches der ersten genannt.

Man pflegt zu sagen, eine Grösse gehe in ihren Vielfachen auf, und werde von ihren Mässen gemessen.

§. 2. Folgerungen: Eine Grösse ist allen ihren Mässen und allen ihren Vielfachen gleichartig.

Jede Grösse ist ein Mass und ein Vielfaches von sich selber.

Eine Grösse ist nicht kleiner als irgend ein Mass derselben, und nicht grösser als irgend ein Vielfaches derselben.

Ist eine Grösse ein Mass zweier Grössen, so ist sie auch ein Mass von ihrer Summe und, falls dieselben ungleich sind, von ihrer Differenz.

Denn ist $A = \alpha M$ und $B = \beta M$, wo, wie im folgenden, A, B, M gleichartige Grössen, und die griechischen Buchstaben ganze positive Zahlen bezeichnen mögen, so ist

$$(A+B) = (\alpha M+\beta M) = (\alpha+\beta)M, \text{ und wenn } A > B,$$
$$(A-B) = (\alpha M-\beta M) = (\alpha-\beta)M,$$

wo $(\alpha + \beta)$ und $(\alpha-\beta)$ auch positive ganze Zahlen sind.*)

Ist demnach A ein Vielfaches von M, so ist M auch ein Mass von $(A + A) = 2A$, von $(2A + A) = 3A$, von $(3A + A) = 4A$, u. s. f. Ein Mass einer Grösse geht also in jedem Vielfachen derselben auf.

§. 3. Erklärungen: Geht eine Grösse in mehreren andern zugleich auf, so heisst sie ein gemeinschaftliches Mass derselben.

Gleichartige Grössen, welche ein gemeinschaftliches Mass haben, heissen commensurabel. Da dieselben Vielfache von jeder Grösse sind, welche in ihrem gemeinschaftlichen Masse aufgeht, also von der Hälfte, dem Drittel u. s. w. desselben, so ergeben sich für commensurable Grössen unzählige gemeinschaftliche Masse, von welchen das eine das grösste ist. Gleichartige Grössen, welche kein gemeinschaftliches Mass haben, heissen incommensurabel.

*) Die Richtigkeit dieser Behauptungen ist unter den Anfangsgründen der Arithmetik nachzuweisen, welche neben den allgemeinen Grundsätzen der Grössenlehre dem folgenden allein als Grundlage dienen.

§. 4. **Aufgabe:** Zu beurtheilen, ob zwei gleichartige Grössen incommensurabel oder commensurabel sind, und in letzterem Falle ihr grösstes gemeinschaftliches Mass zu bestimmen.

Auflösung und Beweis: S. Grunert Lehrb. d. Planimetrie §. 272.*)

§. 5. **Erklärung:** Unter dem Verhältniss einer Grösse zu einer zweiten ihr gleichartigen versteht man diejenige unbenannte positive Zahl, mit welcher multiplicirt die zweite Grösse der ersten gleich wird.

Das Verhältniss von A zu B deutet man an durch die Zeichen

$$A : B \quad \text{oder} \quad \frac{A}{B}.$$

Anmerkung: Die Ausdrücke „arithmetisches Verhältniss" und „geometrisches Verhältniss" sind als veraltet zu betrachten; letzterer bezeichnet dasjenige, was hier schlechthin Verhältniss genannt wird.

§. 6. **Grundsatz:** Wird eine Grösse fortgesetzt vervielfältigt, so übertrifft sie endlich an Werth jede beliebige Grösse derselben Art, welche bei dem Wachsen der anderen unverändert bleibt. (Siehe Eucl. Elem. X, zu Anfang.)

Ist also auch $A > B$, so wird doch $\alpha B > A$, wenn man nur α gross genug annimmt.

§. 7. **Aufgabe:** Das Verhältniss einer Grösse A zu einer zweiten ihr gleichartigen B zu bestimmen.

Auflösung und Beweis: Sind A und B commensurabel, so sei M ihr grösstes gemeinschaftliches Mass und

$$A = \alpha M, \quad B = \beta M, \quad \text{so ist} \quad M = \frac{B}{\beta}, \quad \text{also}$$

$$A = \alpha \frac{B}{\beta} = \frac{\alpha B}{\beta}{}^{**)} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot B, \text{ folglich das gesuchte Verhältniss } \frac{A}{B} = A : B = \frac{\alpha}{\beta}.$$

Sind A und B incommensurabel und $x = A : B$, so ist x weder einer ganzen Zahl, noch einem Bruche gleich; denn wäre $x = \gamma$, also $A = \gamma B$, so wäre B ein gemeinschaftliches Mass von A und B, ebenso $\frac{B}{\beta}$, wenn $x = \frac{\alpha}{\beta}$, also $A = \frac{\alpha}{\beta} B = \alpha \cdot \frac{B}{\beta}$, $B = \beta \cdot \frac{B}{\beta}$ wäre; in beiden Fällen wären demnach A und B commensurabel, was hier nicht stattfinden soll. Theilt man nun B in β gleiche Theile, nimmt man ferner von A einen Theil $= \frac{B}{\beta}$ α mal d. h. so oft hinweg, als es angeht, so bleibt von A ein Rest übrig, welcher kleiner als $\frac{B}{\beta}$ ist; es muss also $A > \alpha \cdot \frac{B}{\beta}$, dagegen $A < (\alpha + 1) \cdot \frac{B}{\beta}$ sein, wobei zu bemerken ist, dass nach §. 6 $(\alpha + 1)$, also auch α immer bestimmbar sind. Da nun

$A = xB > \frac{\alpha}{\beta} B$ und $A = xB < \frac{(\alpha + 1)}{\beta} B$, so ist $x > \frac{\alpha}{\beta}$, dagegen

---

*) Ich verweise auf dieses vortreffliche Buch, welches ich beim Unterrichte benutze, weil ich keine bessere Behandlung dieser Aufgabe kenne, als die a. a. O. gegebene. In dem folgenden weiche ich von der Darstellung des Verfassers mehrfach ab, weil diese für den Anfänger schwierig und in einigen Punkten nicht ganz präcise ist.

**) Die Uebereinstimmung von $\alpha \frac{B}{\beta}$ und $\frac{\alpha B}{\beta}$ muss in der Lehre von den Brüchen nachgewiesen werden. (S. z. B. Grunert Lehrb. der Arithm. § 115.)

$x < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$, oder, wie man gewöhnlich kürzer schreibt, $\frac{\alpha}{\beta} < x < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$, d. i.

$$\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha+1)}{\beta}.$$

Die Brüche $\frac{\alpha}{\beta}$ und $\frac{(\alpha+1)}{\beta}$ heissen Grenzen des Verhältnisses von A zu B. Die Werthe beider Grenzen richten sich nach der Grösse von β; der Unterschied jener $\left(\frac{(\alpha+1)}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta}\right) = \frac{1}{\beta}$ kann beliebig klein gemacht werden, wenn nur die Zahl β gross genug angenommen wird, und weil $\left(\frac{(\alpha+1)}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta}\right) = \frac{1}{\beta} > \left(x - \frac{\alpha}{\beta}\right)$ ist, so kann auch $\left(x - \frac{\alpha}{\beta}\right)$ beliebig klein gemacht werden. Es lässt sich also von der Zahl x ein Theil absondern, welcher dem positiven Bruche $\frac{\alpha}{\beta}$ gleich ist, und der alsdann von x übrig bleibende unbestimmbare (weil weder einer ganzen noch einer gebrochenen Zahl gleiche) Rest kann der Null beliebig nahe gebracht werden. Eine Zahl von den Eigenschaften der x d. i. des Verhältnisses von A zu B in dem Falle, dass diese Grössen incommensurabel sind, heisst eine irrationale Zahl.

§. 8. Lehrsatz: Sind zwei gleichartige Grössen A und B stets zwischen denselben Grenzen S und T enthalten, deren Werthe einander beliebig nahe gebracht werden können, ohne dass A und B dadurch verändert werden, so ist $A = B$.

Beweis: Es sei $T > S$, also $S < A < T$ und $S < B < T$.

Wäre nun $A > B$, demnach $A = (B + \varDelta)$, wo $\varDelta = (A - B)$ also von den verschiedenen Werthen von S und T völlig unabhängig ist, so mache man, wie es nach der Voraussetzung möglich ist, $(T - S) < \varDelta$; demnach wird $T < (S + \varDelta)$, also, da $S < B$ ist, $T < (B + \varDelta)$ d. i. $T < A$, folglich $S < T < A$, was gegen die Voraussetzung ist. Demnach kann nicht $A > B$ sein, und ebenso wird bewiesen, das nicht $B > A$ sein kann, folglich ist $A = B$, was zu beweisen war.

§. 9. Erklärung: Eine Zusammenstellung zweier gleicher Verhältnisse $A:B = C:D$ oder $C:D = A:B$ nennt man eine Proportion; A, B, C, D heissen die vier Glieder derselben, D die vierte Proportionale zu A, B, C. A und B müssen unter einander gleichartig sein, ebenso C und D; alle vier Glieder einer Proportion können gleichartig sein, doch ist dies nicht nothwendig. Ist $B = C$, so heisst die Proportion eine stetige, $B = C$ die mittlere Proportionale zwischen A und D.

§. 10. Folgerung: Ist $A:B = C:D$, und sind A und B commensurabel, also $A:B = \frac{\alpha}{\beta} = C:D$, so sind demnach auch C und D commensurabel, und umgekehrt. Sind A und B incommensurabel, so sind desgleichen C und D incommensurabel, wie sofort aus dem eben dargelegten erhellt.

§. 11. Lehrsatz: Ist $A:B = C:D$, so ist auch $B:A = D:C$.

Beweis: I. Sind A und B, also auch C und D commensurabel, $\frac{A}{B} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{C}{D}$, so ist

$A = \frac{\alpha}{\beta} \cdot B = \frac{\alpha B}{\beta}$, ebenso $C = \frac{\alpha}{\beta} D = \frac{\alpha D}{\beta}$, folglich $\beta A = \alpha B$; $\beta C = \alpha D$; demnach $B = \frac{\beta A}{\alpha} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot A$; $D = \frac{\beta C}{\alpha} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot C$, folglich $\frac{B}{A} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{D}{C}$, also

$$B : A = D : C.$$

II. Sind A und B, ebenso C und D incommensurabel, $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$, also, da $\frac{C}{D} = \frac{A}{B}$, auch $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{C}{D} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$, so ist:

$A > \frac{\alpha}{\beta} B$; $\beta A > \alpha B$; $\frac{\beta A}{\alpha} > B$, oder $\frac{\beta}{\alpha} \cdot A > B$, folglich $\frac{\beta}{\alpha} > \frac{B}{A}$.

Ferner ist $A < \frac{(\alpha + 1)}{\beta} B$; $\beta A < (\alpha + 1B)$; $\frac{\beta A}{(\alpha + 1)} < B$, d. i. $\frac{\beta}{(\alpha + 1)} A < B$, demnach $\frac{\beta}{(\alpha + 1)} < \frac{B}{A}$. Es ist also $\frac{\beta}{(\alpha + 1)} < \frac{B}{A} < \frac{\beta}{\alpha}$, und genau ebenso wird bewiesen, dass $\frac{\beta}{(\alpha + 1)} < \frac{D}{C} < \frac{\beta}{\alpha}$ ist. Der Werth der beiden Grenzen richtet sich, wie aus §. 7 erhellt, nach dem Werthe der willkürlich angenommenen Zahl β, der Unterschied der Grenzen ist

$$\left\{\frac{\beta}{\alpha} - \frac{\beta}{(\alpha + 1)}\right\} = \left\{\frac{\beta\alpha + \beta - \alpha\beta}{\alpha(\alpha + 1)}\right\} = \frac{\beta}{\alpha(\alpha + 1)}.$$

Für einen bestimmten Werth von $\beta = \beta'$ sei $\frac{\beta}{\alpha}$ kleiner als eine gewisse von β unabhängige ganze positive Zahl μ, so ist also auch $\frac{B}{A} < \frac{\beta}{\alpha} < \mu$, und da für jeden Werth von β $\frac{\beta}{(\alpha + 1)} < \frac{B}{A}$ ist, so ist, wie gross man auch β annehmen mag, $\frac{\beta}{(\alpha + 1)} < \mu$, demnach $\frac{\beta}{\alpha(\alpha + 1)} < \frac{\mu}{\alpha}$. Setzt man nun erstlich $\beta = \beta'$, dann $= 2\beta'$, dann $= 4\beta'$ u. s. f., so erhellt aus der Bedeutung der Zahl α, dass auch deren Werth gleichzeitig mit β wenigstens auf das doppelte, vierfache u. s. w. anwachsen muss. Nimmt man also β so gross an, dass $\alpha > \mu : r$ wird, wo r einen beliebig kleinen positiven Bruch bezeichnet, so wird $\alpha r > \mu$, $r > \frac{\mu}{\alpha}$, folglich kann $\frac{\mu}{\alpha}$, und um so mehr $\left\{\frac{\beta}{\alpha} - \frac{\beta}{(\alpha + 1)}\right\}$, d. i. der Unterschied der Grenzen von $\frac{B}{A}$ und $\frac{D}{C}$ beliebig klein gemacht werden, also ist nach §. 8

$$\frac{B}{A} = \frac{D}{C} \quad \text{oder} \quad B : A = D : C, \quad \text{w. z. b. w.}$$

§. 12. **Lehrsatz:** Es ist, wenn p eine beliebige unbenannte Zahl bedeutet,

$$A : B = pA : pB \text{*)}$$

Beweis. I. Sind A und B commensurabel, $A : B = \frac{\alpha}{\beta}$, $A = \frac{\alpha}{\beta} \cdot B = \frac{\alpha B}{\beta}$, also $\beta A = \alpha B$, so ist auch $p\beta A = p\alpha B$, oder $\beta p A = \alpha p B$, folglich

*) Falls diese Multiplicationen, wenn p negativ ist, einen Sinn geben.

$pA = \frac{\alpha p B}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot pB$, folglich $\frac{pA}{pB} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{A}{B}$, also $A : B = pA : pB$.

II. Sind A und B incommensurabel, $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$, demnach $A > \frac{\alpha}{\beta} B$, $\beta A > \alpha B$, so ist auch $p\beta A > p\alpha B$, oder $\beta pA > \alpha pB$, folglich $pA > \frac{\alpha}{\beta} \cdot pB$, also $\frac{pA}{pB} > \frac{\alpha}{\beta}$. Ferner ist $A < \frac{(\alpha + 1)}{\beta} B$, $\beta A < (\alpha + 1) B$, demnach $p\beta A < p(\alpha + 1)B$ oder $\beta pA < (\alpha + 1)pB$, folglich $pA < \frac{(\alpha + 1)}{\beta} \cdot pB$; demgemäss $\frac{pA}{pB} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$. Da also

$$\frac{\alpha}{\beta} < \frac{pA}{pB} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}, \quad \text{und} \quad \frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta},$$

und der Unterschied beider Grenzen $\frac{1}{\beta}$ bei wachsendem β beliebig klein gemacht werden kann, so ist nach §. 8 $\frac{pA}{pB} = \frac{A}{B}$, oder $A : B = pA : pB$, w. z. b. w.

§. 13. **Zusatz:** Wenn $A : B = C : D$, so ist auch nach dem oben bewiesenen $pA : pB = A : B = C : D = qC : qD$, wo q gleichfalls eine beliebige unbenannte Zahl bedeute, also

$$pA : pB = qC : qD.$$

§. 14. **Lehrsatz:** Wenn $A : B = C : D$, so ist auch $mA : B = mC : D$, wo m irgend eine positive Zahl bezeichne.

Beweis: I. Ist $A : B = \frac{\alpha}{\beta} = C : D$, so ist, wie vorher $\beta A = \alpha B$; $\beta mA = m\alpha B$, $mA = \frac{m\alpha B}{\beta} = \frac{m\alpha}{\beta} B$, also $\frac{mA}{B} = \frac{m\alpha}{\beta}$. Ebenso ist $\beta C = \alpha D$, $\beta mC = m\alpha D$, $mC = \frac{m\alpha D}{\beta} = \frac{m\alpha}{\beta} \cdot D$, folglich $\frac{mC}{D} = \frac{m\alpha}{\beta} = \frac{mA}{B}$, demnach

$$mA : B = mC : D.$$

II. Sind A und B, C und D incommensurabel, $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$; $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{C}{D} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$, so ist, wie früher $\beta A > \alpha B$; $\beta mA > m\alpha B$; $mA > \frac{m\alpha}{\beta} B$, also $\frac{mA}{B} > \frac{m\alpha}{\beta}$, ebenso $\frac{mC}{D} > \frac{m\alpha}{\beta}$. Ferner ist $\beta A < (\alpha + 1) B$; $\beta mA < m(\alpha + 1)B$; $mA < \frac{m(\alpha + 1)}{\beta} B$; $\frac{mA}{B} < \frac{m(\alpha + 1)}{\beta}$; ebenso $\frac{mC}{D} < \frac{m(\alpha + 1)}{\beta}$. Demnach ist

$$\frac{m\alpha}{\beta} < \frac{mA}{B} < \frac{m(\alpha + 1)}{\beta}; \quad \frac{m\alpha}{\beta} < \frac{mC}{D} < \frac{m(\alpha + 1)}{\beta}.$$

Der Unterschied beider Grenzen ist $\left\{\frac{m(\alpha + 1)}{\beta} - \frac{m\alpha}{\beta}\right\} = \frac{m}{\beta}$.
Nimmt man die beliebige Zahl $\beta > m : r$ an, wo r einen beliebig kleinen positiven Bruch bezeichne, so wird $\frac{m}{\beta} < r$, kann also beliebig klein gemacht werden.
Demgemäss ist nach §. 8 $\frac{mA}{B} = \frac{mC}{D}$, oder $mA : B = mC : D$, w. z. b. w.

§. 15. **Folgerungen:** Wenn $A : B = C : D$, und m und n positive Zahlen bezeichnen so ist nach §. 11

$$B : A = D : C,$$ also nach §. 14
$$nB : A = nD : C,$$ und wieder nach §. 11
$$A : nB = C : nD,$$ folglich nach §. 14
$$mA : nB = mC : nD.$$

§. 16. **Lehrsatz:** Wenn $A : B = C : D$ und $A > B$, so ist auch $C > D$.
Beweis: I. Ist $A : B = \frac{\alpha}{\beta} = C : D$, also $A = \frac{\alpha}{\beta}B = \alpha . \frac{B}{\beta}$, $B = \beta \cdot \frac{B}{\beta}$,
so ist, weil $A > B$, $\alpha . \frac{B}{\beta} > \beta \cdot \frac{B}{\beta}$, folglich $\alpha > \beta$. Demgemäss ist auch
$\alpha \cdot \frac{D}{\beta} > \beta \cdot \frac{D}{\beta}$, also weil $C = \frac{\alpha}{\beta} . D = \alpha \cdot \frac{D}{\beta}$ ist, $C > D$.

II. Sind A und B, C und D incommensurabel, $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$;
$\frac{\alpha}{\beta} < \frac{C}{D} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$, so ist $A < \frac{(\alpha + 1)}{\beta} B$, demgemäss
$B < A < (\alpha + 1) . \frac{B}{\beta}$, also $\beta \cdot \frac{B}{\beta} < (\alpha + 1) \cdot \frac{B}{\beta}$, folglich, wie gross man auch β annehmen mag, $\beta < (\alpha + 1)$, $1 < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$. Wäre nun für jeden Werth von β der Bruch $\frac{\alpha}{\beta} < 1$, so wäre stets, $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$; $\frac{\alpha}{\beta} < 1 < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$, also nach §. 8, da $\frac{1}{\beta}$ beliebig klein werden kann, $\frac{A}{B} = 1$, $A = B$, was nicht der Fall ist. Es muss also für gewisse oder für alle Werthe von β der Bruch $\frac{\alpha}{\beta} \overset{=}{<} 1$ sein, demgemäss ist $1 \overset{=}{<} \frac{\alpha}{\beta} < \frac{C}{D}$, folglich $\frac{C}{D} > 1$. Setzt man nun $\frac{C}{D} = x$, also $C = xD$, so ist

$x > 1$, $x . D > 1 . D$, d. i. $C > D$, w. z. b. w.

§. 17. **Folgerungen:** Ist $A : B = C : D$, und $A < B$, so ist auch $C < D$, denn nach §. 11 ist $B : A = D : C$, und da $B > A$, so ist nach §. 16 auch $D > C$.

Ist $A : B = C : D$ und $A = B$, so ist $\frac{A}{B} = 1$, also auch $\frac{C}{D} = 1$, folglich auch $C = D$.

§. 18. Lehrsatz: Wenn $A : B = C : D$, und
$B : E = D : F$, so ist auch

$$\frac{\begin{array}{l} A : B = C : D, \\ B : E = D : F, \end{array}}{A : E = C : F.}$$

Beweis: I. Ist $A : B = \frac{\alpha}{\beta} = C : D$, und $B : E = \frac{\gamma}{\delta} = D : F$, so ist $B = \frac{\gamma E}{\delta}$ und $A = \alpha . \frac{B}{\beta} = \alpha . \frac{\gamma E}{\beta \delta} = \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta} . E$, folglich $\frac{A}{E} = \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta}$. Ebenso ist $D = \frac{\gamma F}{\delta}$; $C = \alpha . \frac{D}{\beta} = \alpha . \frac{\gamma F}{\beta \delta} = \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta} . F$, also $\frac{C}{F} = \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta} = \frac{A}{E}$; demnach ist $\frac{A}{E} = \frac{C}{F}$ oder $A : E = C : F$.

II. Sind A und B, C und D incommensurabel, und ebenso B und E, D und F, ferner

$$\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}; \qquad \frac{\alpha}{\beta} < \frac{C}{D} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta};$$

$$\frac{\gamma}{\delta} < \frac{B}{E} < \frac{(\gamma + 1)}{\delta}; \qquad \frac{\gamma}{\delta} < \frac{D}{F} < \frac{(\alpha + 1)}{\delta};$$

so ist $A > \frac{\alpha}{\beta} B$; $B > \frac{\gamma}{\delta} E$; $\frac{\alpha}{\beta} B > \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} E$, folglich $A > \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta} E$; $\frac{A}{E} > \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta}$, und ebenso erhellt, dass $\frac{C}{F} > \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta}$. Ferner ist $A < \frac{(\alpha + 1)}{\beta} B$; $B < \frac{(\gamma + 1)}{\delta} E$; $\frac{(\alpha + 1)}{\beta} B < \frac{(\alpha + 1)}{\beta} . \frac{(\gamma + 1)}{\delta} E$, folglich $A < \frac{(\alpha + 1)(\gamma + 1)}{\beta \delta} E$, demnach $\frac{A}{E} < \frac{(\alpha + 1)(\gamma + 1)}{\beta \delta}$ und ebenso $\frac{C}{F} < \frac{(\alpha + 1)(\gamma + 1)}{\beta \delta}$. Also ist

$$\frac{\alpha \gamma}{\beta \delta} < \frac{A}{E} < \frac{(\alpha + 1)(\gamma + 1)}{\beta \delta}; \qquad \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta} < \frac{C}{F} < \frac{(\alpha + 1)(\gamma + 1)}{\beta \delta}.$$

Der Unterschied beider Grenzen ist $\left\{ \frac{(\alpha + 1)(\gamma + 1)}{\beta \delta} - \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta} \right\} = \frac{(\alpha + \gamma + 1)}{\beta \delta} = \left(\frac{\alpha}{\beta} : \delta \right) + \left(\frac{\gamma}{\delta} : \beta \right) + \frac{1}{\beta \delta}$.

Ist nun für einen gewissen Werth β' von β der Bruch $\frac{(\alpha + 1)}{\beta} < \mu$, ferner $\frac{(\gamma + 1)}{\beta} < \nu$ für einen gewissen Werth δ' von δ, wo μ und ν ganze positive Zahlen bedeuten mögen, so ist $\frac{A}{B} < \mu$, $\frac{B}{E} < \nu$, folglich für jeden Werth von β und δ $\frac{\alpha}{\beta} < \mu$; $\frac{\gamma}{\delta} < \nu$, also $\left\{ \frac{(\alpha + 1)(\gamma + 1)}{\beta \delta} - \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta} \right\} < \frac{\mu}{\delta} + \frac{\nu}{\beta} + \frac{1}{\beta \delta}$, und wenn nur β und δ gross genug angenommen werden, so wird der Unterschied beider Grenzen der Null beliebig nahe gebracht. Nach §. 8 ist demgemäss $\frac{A}{E} = \frac{C}{F}$ oder

$$A : E = C : F.$$

III. Wenn $A : B = \frac{\alpha}{\beta} = C : D$; dagegen, weil B und E, D und F

incommensurabel, $\frac{\gamma}{\delta} < \frac{B}{E} < \frac{(\gamma+1)}{\delta}$; $\frac{\gamma}{\delta} < \frac{D}{F} < \frac{(\gamma+1)}{\delta}$, so ist $A = \frac{\alpha}{\beta} B$; $B > \frac{\gamma}{\delta} E$; $\frac{\alpha}{\beta} B > \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} E$, d. i. $A > \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} E$; $\frac{A}{E} > \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}$, ebenso $\frac{C}{F} > \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}$. Ferner ist $B < \frac{(\gamma+1)}{\delta} E$; $\frac{\alpha}{\beta} B < \frac{\alpha}{\beta} \frac{(\gamma+1)}{\delta} E$, d. i. $A < \frac{\alpha(\gamma+1)}{\beta\delta} E$, $\frac{A}{E} < \frac{\alpha(\gamma+1)}{\beta\delta}$, ebenso $\frac{C}{F} < \frac{\alpha(\gamma+1)}{\beta\delta}$. Also $\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} < \frac{A}{E} < \frac{\alpha(\gamma+1)}{\beta\delta}$, $\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} < \frac{C}{F} < \frac{\alpha(\gamma+1)}{\beta\delta}$. Der Unterschied beider Grenzen $= \frac{\alpha}{\beta} : \delta$ kann nach I. beliebig klein werden, demgemäss ist $\frac{A}{E} = \frac{C}{F}$ oder $A : E = C : F$.

IV. Wenn $B : E = \frac{\gamma}{\delta} = D : F$; A und B, C und D incommensurabel, $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$; $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{C}{D} < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$, so ist $A > \frac{\alpha}{\beta} B$; $B = \frac{\gamma}{\delta} E$, also $A > \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} E$; $\frac{A}{E} > \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}$, und ebenso $\frac{C}{F} > \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}$. Ferner ist $A < \frac{(\alpha+1)}{\beta} B$, d. i. $< \frac{(\alpha+1)}{\beta} \frac{\gamma}{\delta} E$, demnach $\frac{A}{E} < \frac{(\alpha+1)}{\beta\delta}$, ebenso $\frac{C}{F} < \frac{(\alpha+1)\gamma}{\beta}$. Es ist also $\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} < \frac{A}{E} < \frac{(\alpha+1)\gamma}{\beta\delta}$; $\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} < \frac{C}{F} < \frac{(\alpha+1)\gamma}{\beta\delta}$. Der Unterschied beider Grenzen $\frac{\gamma}{\delta} : \beta$ kann nach I. beliebig klein werden, demgemäss ist $\frac{A}{E} = \frac{C}{F}$ oder $A : E = C : F$, w. z. b. w.

§. 15. Folgerungen: Wenn I. $A : B = C : D$,
II. $B : E = D : F$,
III. $E : G = F : H$,

so ist $A : G = C : H$;

denn aus I. und II. folgt IV. $A : E = C : F$, und aus IV. und III. $A : G = C : H$. Ebenso lässt sich aus vier und mehreren ähnlich gebildeten Proportionen eine einzige ableiten.

§. 20. Lehrsatz: Wenn $A : B = C : D$,
und $B : E = F : C$,

so ist $A : E = F : D$.

Beweis: I. Ist $A : B = \frac{\alpha}{\beta} = C : D$ und $B : E = \frac{\gamma}{\delta} = F : C$, so ist, wie in §. 18, I. $\frac{A}{E} = \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}$, ferner ist $C = \frac{\alpha}{\beta} D$; $F = \frac{\gamma}{\delta} C = \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\delta} D$, demgemäss $\frac{F}{D} = \frac{\gamma\alpha}{\delta\beta} = \frac{A}{E}$, also $A : E = F : D$.

II. Wenn A und B, C und D incommensurabel sind, ebenso B und E, F und C, und $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$; $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{C}{D} < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$;

$\frac{\gamma}{\delta} < \frac{B}{E} < \frac{(\gamma+1)}{\delta}$; $\frac{\gamma}{\delta} < \frac{F}{C} < \frac{(\gamma+1)}{\delta}$, so ist, wie in §. 18, II. (1) $\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} < \frac{A}{E} < \frac{(\alpha+1)(\gamma+1)}{\beta\delta}$. Ferner ist $F > \frac{\gamma}{\delta} C$; $C > \frac{\alpha}{\beta} D$; $\frac{\gamma}{\delta} C > \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta} D$, also um so mehr $F > \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta} D$, demgemäss $\frac{F}{D} > \frac{\gamma\alpha}{\delta\beta}$. Weiter ist $F < \frac{(\gamma+1)}{\delta} C$; $C < \frac{(\alpha+1)}{\beta} D$;

$\frac{(\gamma+1)}{\delta} C < \frac{(\gamma+1)}{\delta} \cdot \frac{(\alpha+1)}{\beta} D$, also $F < \frac{(\gamma+1)}{\beta} \cdot \frac{(\alpha+1)}{\delta} \cdot D$;

$\frac{F}{D} < \frac{(\gamma+1)(\alpha+1)}{\delta\beta}$, demnach auch

$$(2) \quad \frac{\gamma\alpha}{\delta\beta} < \frac{F}{D} < \frac{(\gamma+1)(\alpha+1)}{\delta\beta}.$$

Der Unterschied beider Grenzen kann nach §. 18, II. beliebig klein gemacht werden, also folgt aus (1) und (2) nach §. 8 $\frac{F}{D} = \frac{A}{E}$, oder $A : E = F : D$.

III. Wenn $A : B = \frac{\alpha}{\beta} = C : D$; aber B und E, F und C incommensurabel, $\frac{\gamma}{\delta} < \frac{B}{E} < \frac{(\gamma+1)}{\delta}$; $\frac{\gamma}{\delta} < \frac{F}{C} < \frac{(\gamma+1)}{\delta}$, so ist, wie in §. 18, III.

(1) $\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} < \frac{A}{E} < \frac{\alpha(\gamma+1)}{\beta\delta}$, und $F > \frac{\gamma}{\delta} C$; $C = \frac{\alpha}{\beta} D$, also $F > \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta} D$; $\frac{F}{D} > \frac{\gamma\alpha}{\delta\beta}$; ferner ist $F < \frac{(\gamma+1)}{\delta} C$ d. i. $F < \frac{(\gamma+1)}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta} D$; $\frac{F}{D} < \frac{(\gamma+1)\alpha}{\delta\beta}$, also auch

(2) $\frac{\gamma\alpha}{\delta\beta} < \frac{F}{D} < \frac{(\gamma+1)\alpha}{\delta\beta}$, und der Unterschied beider Grenzen kann nach §. 18, III. beliebig klein werden, folglich nach (1) und (2) und §. 8

$$\frac{A}{E} = \frac{F}{D}, \quad \text{oder} \quad A : E = F : D.$$

IV. Wenn $B : E = \frac{\gamma}{\delta} = F : C$; A und B, C und D incommensurabel, $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$; $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{C}{D} < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$, so ist wie in §. 18, IV.

(1) $\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} < \frac{A}{E} < \frac{(\alpha+1)\gamma}{\beta\delta}$; ferner ist $F = \frac{\gamma}{\delta} C$; $C > \frac{\alpha}{\beta} D$;

$\frac{\gamma}{\delta} C > \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta} D$, d. i. $F > \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta} D$; $\frac{F}{D} > \frac{\gamma\alpha}{\delta\beta}$; weiter ist $C < \frac{(\alpha+1)}{\beta} D$; $\frac{\gamma}{\delta} C < \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{(\alpha+1)}{\beta} D$, d. i. $F < \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{(\alpha+1)}{\beta} D$, also $\frac{F}{D} < \frac{\gamma(\alpha+1)}{\delta\beta}$, demgemäss auch (2) $\frac{\gamma\alpha}{\delta\beta} < \frac{F}{D} < \frac{\gamma(\alpha+1)}{\delta\beta}$. Da der Unter-

schied beider Grenzen wie in §. 18 beliebig klein werden kann, so ist nach (1) und (2) und §. 8:

$$\frac{A}{E} = \frac{F}{D} \quad \text{oder} \quad A : E = F : D, \quad \text{w. z. b. w.}$$

§. 21. **Lehrsatz:** Wenn $A : B = C : D$, so ist auch
$$(A+B) : B = (C+D) : D,$$
und wenn $A > B$, also nach §. 16. auch $C > D$, so ist auch
$$(A-B) : B = (C-D) : D.$$

Beweis: I. Ist $A : B = \frac{\alpha}{\beta} = C : D$, so ist $A = \frac{\alpha B}{\beta}$; $\beta A = \alpha B$;

$(\beta A + \beta B) = (\alpha B + \beta B)$, d. i. $\beta(A+B) = (\alpha+\beta)B$, also $(A + B) = \frac{(\alpha+\beta)}{\beta} \cdot B$;

$\frac{(A+B)}{B} = \frac{(\alpha+\beta)}{\beta}$. Ganz ebenso wird bewiesen, dass $\frac{(C+D)}{D} = \frac{(\alpha+\beta)}{\beta}$,

also $\frac{(A+B)}{B} = \frac{(C+D)}{D}$ oder $(A+B) : B = (C+D) : D$.

Ist ferner $A > B$ so ist auch $\beta A > \beta B$, und nach dem obigen $(\beta A - \beta B) = (\alpha B - \beta B)$, d. i. $\beta(A - B) = (\alpha - \beta)B$ (woraus erhellt, dass $(\alpha - \beta)$ positiv ist), ferner $(A - B) = \frac{(\alpha-\beta)}{\beta} B$; $\frac{(A-B)}{B} = \frac{(\alpha-\beta)}{\beta}$, und ebenso ergiebt sich $\frac{(C-D)}{D} = \frac{(\alpha-\beta)}{\beta}$,

also $\frac{(A-B)}{B} = \frac{(C-D)}{D}$ oder $(A-B) : B = (C-D) : D$.

II. Sind A und B, C und D incommensurabel, $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{A}{B} < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$;

$\frac{\alpha}{\beta} < \frac{C}{D} < \frac{(\alpha+1)}{\beta}$, so ist $A > \frac{\alpha}{\beta} B$; $\beta A > \alpha B$; $(\beta A + \beta B) > (\alpha B + \beta B)$,

d. i. $\beta(A+B) > (\alpha+\beta) B$; $(A+B) > \frac{(\alpha+\beta)B}{\beta}$, also $\frac{(A+B)}{B} > \frac{(\alpha+\beta)}{\beta}$.

Ebenso ist $\frac{(C+D)}{D} > \frac{(\alpha+\beta)}{\beta}$. Ferner ist $A < \frac{(\alpha+1)}{\beta} B$; $\beta A < (\alpha+1) B$;

$$(\beta A + \beta B) < \Big((\alpha+1)B + \beta B\Big), \quad \text{d. i.} \quad \beta(A+B) < (\alpha+1+\beta) B, \quad \text{demnach}$$

$(A+B) < \frac{(\alpha+1+\beta)}{\beta} B$; $\frac{(A+B)}{B} < \frac{(\alpha+1+\beta)}{\beta}$; ganz ebenso $\frac{(C+D)}{D} < \frac{(\alpha+1+\beta)}{\beta}$.

Da also $\frac{(\alpha+\beta)}{\beta} < \frac{(A+B)}{B} < \frac{(\alpha+1+\beta)}{\beta}$; $\frac{(\alpha+\beta)}{\beta} < \frac{(C+D)}{D} < \frac{(\alpha+1+\beta)}{\beta}$,

und der Unterschied beider Grenzen $\frac{1}{\beta}$ beliebig klein gemacht werden kann, wenn man nur β gross genug annimmt, so ist nach §. 8 $\frac{(A+B)}{B} = \frac{(C+D)}{D}$, oder
$$(A+B) : B = (C+D) : D.$$

Ferner ist nach dem Obigen $(\alpha+1) \cdot \frac{B}{\beta} > A > \beta \cdot \frac{B}{\beta}$, falls $A > B$,

folglich $(\alpha+1) > \beta$, demnach $\alpha \geqq \beta$ (da α und β ganze Zahlen sind), also $(\alpha-\beta)$ nicht negativ; weiter ist

$(\beta A - \beta B) > (\alpha B - \beta B)$, d. i. $\beta(A - B) > (\alpha - \beta)B$, also $\frac{(A-B)}{B} > \frac{(\alpha - \beta)}{\beta}$,

ebenso $\frac{(C-D)}{D} > \frac{(\alpha-\beta)}{\beta}$; dagegen ist $(\beta A - \beta B) < \big((\alpha+1)B - \beta B\big)$,

d. i. $\beta(A-B) < (\alpha+1-\beta)B$, demnach $\frac{(A-B)}{B} < \frac{(\alpha+1-\beta)}{\beta}$, ebenso

$\frac{(C-D)}{D} < \frac{(\alpha+1-\beta)}{\beta}$. Die Verhältnisse $\frac{(A-B)}{B}$ und $\frac{(C-D)}{D}$ liegen also zwischen denselben Grenzen, deren Unterschied $\frac{1}{\beta}$ beliebig klein werden kann; demgemäss ist nach §. 8

$$(A - B) : B = (C - D) : D.$$

§. 22. Folgerungen: Wenn $A : B = C : D$, und $A > B$, also auch $C > D$, so ist nach §. 21 $(A + B) : B = (C + D) : D$, und nach §. 11 $B : A = D : C$,

folglich ist nach §. 18 $(A + B) : A = (C + D) : C$.

Ferner ist nach §. 21 $(A - B) : B = (C - D) : D$

und $B : A = D : C$,

also nach §. 18 $(A - B) : A = (C - D) : C$.

Ferner, wenn $A : B = C : D$ und $B > A$, also auch $D > C$, so ist nach §. 11

$B : A = D : C$, folglich nach §. 21

$(B - A) : A = (D - C) : C$, und

$A : B = C : D$,

also nach §. 18 $(B - A) : B = (D - C) : D$.

§. 23. Lehrsatz: Wenn $A : B = C : D$, und $A > B$, also auch $C > D$ ist, so ist auch

$$(A + B) : (A - B) = (C + D) : (C - D).$$

Beweis: Es ist nach §. 21

I. $(A + B) : B = (C + D) : D$,

$(A - B) : B = (C - D) : D$, folglich nach §. 11

II. $B : (A - B) = D : (C - D)$.

Aus I. und II. folgt nach §. 18

$(A + B) : (A - B) = (C + D : (C - D)$, w. z. b. w.

§. 24. Lehrsatz: Wenn $A : B = C : D$ und $E : B = F : G$, so ist auch

$(A + E) : B = (C + F) : D$, und wenn

$A > E$ ist, auch $(A - E) : B = (C - F) : G$.

Beweis: Es ist $A : B = C : D$, und nach §. 11

$B : E = D : F$, folglich nach §. 18

$A : E = C : F$, und nach §. 21

$(A + E) : E = (C + F) : F$, und weil

$E : B = F : D$, nach §. 18

$(A + E) : B = (C + F) : D$.

Ebenso ist, weil $A : E = C : F$, $A > E$, also nach §. 16 auch $C > F$,

$$\frac{\begin{array}{l}(A-E) : E = (C-F) : F, \\ \quad E \quad : B = \quad F \quad : D,\end{array}}{(A-E) : B = (C-F) : D,}$$

und da ... so ist ... w. z. b. w.

Anmerkung: Aus dem Beweise dieses Satzes erhellt, dass auch

$$\frac{\begin{array}{l}(A \pm E) : E = (C \pm F) : F, \\ \quad E \quad : A = \quad F \quad : C,\end{array}}{(A \pm E) : A = (C \pm F) : C}$$

und, da auch ... ist.

§. 25. Lehrsatz: Wenn $A : B = C : D$, und alle vier Grössen unter einander gleichartig sind, so ist auch

$$A : C = B : D.$$

Beweis: Es ist

$$\frac{\begin{array}{l}A : B = C : D \\ B : C = B : C,\end{array}}{A : C = B : D,}$$

folglich nach §. 20 ... w. z. b. w.

§. 26. Ist 1. $A : B = C : D$, oder, was dasselbe ist,
2. $C : D = A : B$, so folgt hieraus nach §. 11
3. $B : A = D : C$,
3. $D : C = B : A$.

Aus 1. und 3. folgen ferner, wenn A, B, C, D alle gleichartig sind, nach §. 24
5. $A : C = B : D$,
6. $B : D = A : C$, und hieraus nach §. 11
7. $C : A = D : B$,
8. $D : B = C : A$.

In einer von vier gleichartigen Grössen gebildeten Proportion ist also eine siebenfache Umstellung der Glieder möglich, doch müssen die ursprünglichen inneren Glieder (das zweite und das dritte) immer beide zugleich innere oder äussere (das erste und das vierte) sein.

§. 27. Lehrsatz: Wenn $A : B = C : D$, und alle vier Grössen unter einander gleichartig sind, so ist

$(A+C) : (B+D) = A : B = C : D$, und, falls $A > C$, also auch $B > D$,
$(A-C) : (B-D) = A : B = C : D$.

Beweis: Es ist nach §. 24 $A : C = B : D$, folglich nach §. 21

$$\frac{\begin{array}{l}(A+C) : C = (B+D) : D, \\ (A-C) : C = (B-D) : D,\end{array}}{\begin{array}{l}(A+C) : (B+D) = C : D = A : B. \\ (A-C) : (B-D) = C : D = A : B,\end{array}}$$

also nach §. 24 ... w. z. b. w.

§. 28. Folgerungen: Wenn $A : B = C : D = E : F$ u. s. w., und alle diese Grössen unter einander gleichartig sind, so ist nach §. 21

$(A+C) : (B+D) = C : D = E : F$, also nach §. 23
$(A+C) : \ E = (B+D) : F$, demnach

$$(A+C+E) : E = (B+D+F) : F, \quad \text{und}$$
$$(A+C+E) : (B+D+F) = E : F = C : D = A : B \quad \text{u. s. w.}$$

§. 29. Lehrsatz: Wenn $A : B = p : q$, wo p und q rationale, d. h. bestimmbare, positive unbenannte Zahlen bedeuten mögen, so ist

$$q.A = p.B.$$

Beweis: Es sei $\frac{A}{B} = \frac{p}{q} = \frac{\alpha}{\beta}$, so ist also

$A = \frac{\alpha.B}{\beta}$; $\beta A = \alpha B$; ebenso $\beta p = \alpha q$, demnach $\alpha q.\beta A = \beta p.\alpha B$,

d. i. $\alpha\beta.qA = \alpha\beta.pB$, folglich, wenn man auf beiden Seiten durch $\alpha\beta$ dividirt,

$$q.A = pB, \quad \text{w. z. b. w.}$$

§. 30. Zusatz: Wenn $p : q = r : s$, wo, wie im folgenden immer, die kleinen lateinischen Buchstaben rationale unbenannte positive Zahlen bezeichnen mögen, so ist nach §. 29:

$$ps = qr.$$

In jeder aus rationalen unbenannten Zahlen gebildeten Proportion ist demnach das Product aus den beiden äusseren Gliedern gleich dem Producte aus den beiden nneren Gliedern.

§. 31. Folgerungen: Wenn $p : q = r : s$, so ist nach §. 29

$$p.s = q.r, \quad \text{folglich} \quad s = q.r : p.$$

Wenn $p : q = q : r$, so ist $qq = p.r$, also $q = \sqrt{pr}$.

§. 32. Wenn $p.s = q.r$, so ist

$$p : q = r : s.$$

Beweis: Es sei $p : q = \frac{\alpha}{\beta}$, $p = \frac{\alpha}{\beta}q$; $r : s = \frac{\gamma}{\delta}$, $r = \frac{\gamma}{\delta}s$;

$\delta r = \gamma s$; $s = \frac{\delta r}{\gamma}$, so ist

$q.r = p.s = \frac{\alpha}{\beta}q.\frac{\delta}{\gamma}r$, also $qr = \frac{\alpha\delta qr}{\beta\gamma}$; $\beta\gamma pr = \alpha\delta qr$; $\beta\gamma = \alpha\delta$,

folglich $\frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta}$, d. i. $r : s = p : q$, w. z. b. w.

§. 33. Lehrsatz: Es ist $pN : qN = p : q$ (wo N eine beliebige Grösse bezeichne).

Beweis: Es sei $p : q = \frac{\alpha}{\beta}$; $\beta p = \alpha q$, so ist auch $\beta pN = \alpha qN$;

$pN = \frac{\alpha qN}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta}\cdot qN$, also $\frac{pN}{qN} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{p}{q}$, folglich

$$pN : qN = p : q, \quad \text{w. z. b. w.}$$

§. 34. Folgerung: Aus dem Verhältniss zweier gleichbenannter Zahlen $pN : qN$ kann man die Benennung N entfernen, ohne dass der Werth des Ver-

hältnisses dadurch geändert wird, da nach §. 33

$$pN : qN = p : q.$$

Anmerkung: Auf den in §. 31, 32, 34 entwickelten Sätzen beruht die sogenannte Regeldetri, wenn man es nicht vorzieht, die nach derselben aufzulösenden Aufgaben ohne Hülfe von Proportionen auszurechnen, was sich für den Anfänger in vieler Hinsicht empfehlen dürfte. Auf §. 34 beruhen auch hauptsächlich die Anwendungen der Arithmetik auf Geometrie, Mechanik u. s. w.

§. 35. Lehrsatz: Wenn $A : B = p : q$, $B : C = r : s$, so ist $A : C = pr : qs$.

Beweis: Nach §. 12 ist $p : q = rp : rq$, und $r : s = rq : qs$, demnach

$A : B = rp : rq$

$B : C = rq : qs$, folglich nach §. 18

$A : C = rp : qs$, w. z. b. w.

§. 36. Folgerung: Wenn

I. $A : B = p : q$

II. $B : C = r : s$

III. $C : D = t : u$, so ist

$A : D = prt : qus$, denn nach §. 35 folgt aus I. und II.

IV. $A : C = pr : qs$, und aus IV. und III.

$A : D = prt : qsu$; u. s. w.

§. 37. Lehrsatz. Wenn

I. $p : q = r : s$

II. $t : u = v : w$, so ist

$pt : qu = rv : sw$.

Beweis: Nach §. 12 folgt aus I.

$pt : qt = rv : sv$, und aus II.

$qt : qu = sv : sw$, folglich ist nach §. 18

$pt : qu = rv : sw$, w. z. b. w.

§. 38. Folgerung: Wenn

I. $p : q = r : s$,

II. $t : u = v : w$,

so ist III. $x : y = z : i$,

$ptx : quy = rvz : swi$, denn aus I. u. II. folgt

IV. $pt : qu = rv : sw$, und aus IV. und III.

$ptx : quy = rvz : swi$; u. s. w.

§. 39. Folgerung: Wenn

I. $p : q = r : s$,

II. $p : q = r : s$, so folgt nach §. 37 aus I. u. II.

III. $p^2 : q^2 = r^2 : s^2$, aus III. und I.

IV. $p^3 : q^3 = r^3 : s^3$, aus IV. und I.

V. $p^4 : q^4 = r^4 : s^4$, u. s. w.,

also allgemein $p^\alpha : q^\alpha = r^\alpha : s^\alpha$.

§. 40. **Lehrsatz:** Wenn $p\alpha : q\alpha = r^\alpha : s\alpha$, so ist auch

$$p : q = r : s,$$

Beweis: Setzt man $\frac{qr}{p} = x$, so dass also $qr = px$, so ist nach §. 39

$p : q = r : x$, demnach nach §. 32

$p^\alpha : q^\alpha = r^\alpha : x^\alpha$. Nach Voraussetzung ist aber

$p^\alpha : q^\alpha = r^\alpha : s^\alpha$, folglich

$r^\alpha : x^\alpha = r^\alpha : s^\alpha$, also nach §. 25

$r^\alpha : r^\alpha = x^\alpha : s^\alpha$, demgemäss

$x^\alpha : s\alpha = 1$; $x\alpha = s\alpha$, also auch $x = s$, da, falls $x \gtrless s$,

auch $x^\alpha \gtrless s^\alpha$ sein müsste. Es ist also

$p : q = r : s$, w. z. b. w.

§. 41. **Lehrsatz:** Wenn

$$\begin{array}{l} p : q = r : s, \\ \underline{t : u = v : w,} \\ \frac{p}{t} : \frac{q}{u} = \frac{r}{v} : \frac{s}{w}. \end{array}$$

und / so ist auch

Beweis: Es sei $\left(\frac{q}{u} \cdot \frac{r}{v}\right) : \frac{p}{t} = x$, also $\frac{q}{u} \cdot \frac{r}{v} = \frac{p}{t} \cdot x$,

und nach §. 32 $\frac{p}{t} : \frac{q}{u} = \frac{r}{v} : x$, so ist auch nach Voraussetzung

$t : u = v : w$, folglich nach §. 37

$p : q = r : wx$. Da aber

$p : q = r : s$, so ist

$r : wx = r : s$, also nach §. 25

$r : r = wx : s$, folglich

$wx : s = 1$; $wx = s$; $x = \frac{s}{w}$. Demgemäss ist $\frac{p}{t} : \frac{q}{u} = \frac{r}{v} : \frac{s}{w}$,

w. z. b. w.

Nachtrag.

Der Lehre von der Aehnlichkeit der Figuren legt man in der Geometrie am besten folgenden Lehrsatz zu Grunde.

Lehrsatz: Das Verhältniss zweier Rechtecke von gleichen Höhen ist dem Verhältnisse der entsprechenden Grundlinien derselben gleich.

Beweis: Die Rechtecke seien P und Q, ihre Grundliuien a und b, ihre Höhe h.

I. Sind nuna und b commensurabel, ist m ihr grösstes gemeinschaftliches Mass, $a = \alpha m$; $b = \beta m$, also $m = \frac{b}{\beta}$; $a = \alpha \cdot \frac{b}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} b$; $\frac{a}{b} = \frac{\alpha}{\beta}$, so theile man a in α, b in β gleiche Theile, deren jeder $= m$, und ziehe durch die Theilpunkte Senkrechte auf a und b. Alsdann entstehen im Ganzen $(\alpha + \beta)$ Rechtecke, in denen die Grundlinie m

und die Höhe h ist, die Rechtecke sind also sämmtlich einander gleich; bezeichnet man ein jedes derselben durch M, so ist $P = \alpha M$; $Q = \beta M$, also $M = \frac{Q}{\beta}$;

$P = \alpha \cdot \frac{Q}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} Q$. Es ist also $\frac{P}{Q} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{a}{b}$, demnach

$$P : Q = a : b.$$

II. Sind a und b incommensurabel, so theile man b in β gleiche Theile, und trage eine Linie $m = \frac{b}{\beta}$ α mal, d. h. so oft auf a ab, als es angeht; es bleibt alsdann von a ein Rest $r < \frac{b}{\beta}$ übrig, demnach ist $a > \frac{\alpha . b}{\beta}$; $a < \frac{(\alpha + 1) b}{\beta}$, oder

$a > \frac{\alpha}{\beta} b$; $a < \frac{(\alpha + 1)}{\beta} b$, folglich $\frac{a}{b} > \frac{\alpha}{\beta}$; $\frac{a}{b} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$.

Zieht man durch die Theilpunkte von a und b wiederum Senkrechte auf a und auf b, so entstehen, wie früher, $(\alpha+\beta)$ gleiche Rechtecke mit der Grundlinie $\frac{b}{\beta}$ und der Höhe h, von denen jedes durch M bezeichnet werde, ferner ein Rechteck von der Grundlinie r und der Höhe h; letzteres ist, da $r < \frac{b}{\beta}$, kleiner als M, wie sofort erhellt. Es ist nun

wieder $Q = \beta M$; $M = \frac{Q}{\beta}$, dagegen $P > \alpha M$; $P < (\alpha + 1) M$,

d. i. $P > \alpha \cdot \frac{Q}{\beta}$; $P < (\alpha + 1) . \frac{Q}{\beta}$, oder $P < \frac{(\alpha + 1)}{\beta} \cdot Q$, also $\frac{P}{Q} > \frac{\alpha}{\beta}$;

$\frac{P}{Q} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$. Da also nun $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{a}{b} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$; $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{P}{Q} < \frac{(\alpha + 1)}{\beta}$;

so sind die Verhältnisse $\frac{a}{b}$ und $\frac{P}{Q}$ zwischen denselben Grenzen $\frac{\alpha}{\beta}$ und $\frac{(\alpha + 1)}{\beta}$ enthalten. Der Unterschied dieser Grenzen $\frac{1}{\beta}$ kann beliebig klein gemacht werden, weil man β beliebig gross annehmen kann, also ist nach §. 8 $\frac{P}{Q} = \frac{a}{b}$, oder

$$P : Q = a : b. \qquad \text{w. z. b. w.}$$

Ganz in derselben Weise verfährt man um zu beweisen, dass zwei Bogen oder zwei Sectoren eines Kreises sich wie die zugehörigen Centriwinkel verhalten, so wie in der Stereometrie bei der Vergleichung und Vermessung der Körper.

Der für die angewandte Mathematik so wichtige Begriff der **Vermessung** einer Grösse wird unmittelbar durch den Begriff des Verhältnisses bestimmt, nämlich:

Eine Grösse vermessen (messen, ausmessen) heisst das Verhältniss derselben zu einer zweiten ihr gleichartigen bestimmen. Letztere Grösse wird alsdann das **Gemäss** der ersten genannt; fast noch häufiger nennt man dieselbe das angewandte Mass, wobei jedoch wohl zu beachten ist, dass die zweite Grösse nicht im Sinne von §. 1 u. d. folg. ein Mass der ersten zu sein braucht.

Jahresbericht.

A. Chronik.

Das Schuljahr wurde am 9. April, dem Dienstage nach Quasimodogeniti, von dem Herrn Provinzial-Schul-Rath Dr. Wehrmann mit der Einführung des unterzeichneten Berichterstatters eröffnet. Letzterer trat nach sechzehnjähriger Leitung des Königlichen Gymnasiums zu Neustettin hier an die Stelle des Herrn Adler, welcher von seiner hiesigen mehr als neunjährigen segensreichen Wirksamkeit als Director an das Friedrichs-Collegium zu Königsberg in Preussen abberufen worden war. Um dieselbe Zeit begann der Candidat des höheren Schulamts Herr Dr. Volz aus Rügenwalde sein pädagogisches Probejahr am Gymnasium, indem er zugleich den während des Sommersemesters wegen Krankheit beurlaubten Herrn Subrector Dr. Hüser vertrat. Leider verliess uns derselbe schon wieder zu Michael, um eine vacante wissenschaftliche Hülfslehrerstelle in Stolp zu übernehmen. Doch steht die Wiedergewinnung dieser schätzbaren jungen Lehrkraft, von welcher wir uns gute Früchte versprechen dürfen, von Ostern d. J. ab in sicherer Aussicht. Aber nicht nur in der Direction sondern auch im Scholarchat fand ein Wechsel dadurch statt, dass im Laufe des Sommers der Herr Regierungs- und Consistorial-Rath Roth mit der durch Gesundheitsrücksichten gebotenen Niederlegung seines Amtes auch seine innigen Beziehungen zu unserm Gymnasium löste. Die beiden ersten Directoren desselben mit dem ihnen zugeordneten Lehrer-Collegium haben von ihm als Vorsitzendem des Scholarchats während einer längeren Reihe von Jahren sich des treusten Wohlwollens, des bereitwilligsten Eingehens auf alle ihre das Beste der Schule anstrebenden Wünsche, der eifrigsten Fürsorge und einsichtsvollsten Unterstützung in guten und bösen Tagen zu erfreuen gehabt. Wenn es uns an dieser Stelle nicht zusteht, darüber zu reden, was er der Stadt Cöslin, was er dem Regierungsbezirke, was er insbesondere seiner Synode gewesen ist: so würden wir uns dagegen einer Pflichtverletzung schuldig machen, wollten wir es unterlassen auf die unauslöschlichen Verdienste, welche er sich um das äussere und innere Gedeihen des Gymnasiums erworben hat, in dankbarer Erinnerung hinzuweisen. Sein Name wird in der Geschichte der Anstalt für immer einen ehrenvollen Platz behaupten. Möge er dass wohlerworbene otium cum dignitate mit der Genugthuung, in der Stille nach freier Herzensneigung für das Wohl der theuren evangelischen Kirche fortwirken zu können, noch recht lange geniessen! —

Seit Anfang Decembers p. steht verfassungsmässig der Königliche Ober-Regierungsrath und Ritter Herr Dr. Gross von Schwarzhoff an der Spitze des Scholarchats. Während des Interimisticum's aber verwaltete mit warmer Theilnahme für die Angelegenheiten der Schule die Geschäfte des Vorsitzenden der Herr Regierungs-Schulrath Neumann. Die übrigen Mitglieder des Scholarchats ausser dem Director sind der Herr Gerichts-Rath a. D. und Bürgermeister Müller, die Herren Oberprediger Naatz, Stadtverordneten-Vorsteher Vogel und Rathsherr Brose. —

Zu Michael wurden folgende Abiturienten nach glücklich bestandenem Maturitätsexamen entlassen, nämlich

1. Heinrich Kleist, Sohn eines Gerbers von hier, geboren den 5. März 1842, evangelischer Confession, 7 Jahre auf dem Gymnasium, davon 2 in Prima, der in Greifswald Theologie und Philologie studirt.

2. Otto Ciala, geboren in Glogau am 3. October 1843 als der Sohn eines hier verstorbenen Appellations-Gerichts-Raths, evangelisch, 9½ Jahr Gymnasiast, 2 Jahr Primaner, widmet sich dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften in Berlin.

3. Eugen Below, Sohn eines Seminarlehrers, geboren dahier den 1. September 1840, evangelisch, 11 Jahre Gymnasiast, 2 in Prima, studirt in Halle Theologie.

4. Robert Hinz, geboren den 6. Juni 1840 in Gross-Massowitz als der Sohn des dortigen Försters, evangelisch, 8½ Jahr auf dem Gymnasium, 2 in Prima, für das Forstfach bestimmt.

5. Edwin Vogel, Sohn eines Kaufmanns und Stadtverordneten-Vorstehers dahier, wurde geboren den 22. November 1841 in Ratteck bei Zanow, evangelischer Confession, war 10½ Jahr Gymnasiast, 2 Jahre Primaner und ging zur Landwirthschaft über.

6. Paul Neumann, Sohn des Königl. Regierungs-Schulraths dahier, geboren in Gülz bei Treptow a. d. T. den 28. Januar 1845, evangelischer Confession, 8 Jahre Gymnasiast, 2 Jahre Primaner, studirt Theologie in Berlin.

Die beiden zuerst Genannten wurden auf Grund ihrer schriftlichen Clausurarbeiten und sonstigen Leistungen von der mündlichen Prüfung entbunden. Letzterer präsidirte als Königlicher Commissarius der Provinzial-Schul-Rath und Ritter Herr Dr. Wehrmann.

Die von den Abiturienten in der Clausur bearbeiteten Themata zu dem freien lateinischen und deutschen Aufsatze waren 1, De argumento et ratione Philoctetae Sophocleae. 2, Die Bedeutung Luthers für die deutsche Litteratur. — Bei Gelegenheit der Weihnachts-Censur erhielten mehrere fleissige und brave Schüler aus den Klassen von Prima bis Quinta Prämien aus der Kaufmannschen Stiftung. —

B. Amtliche Verordnungen.

März 26. K. P.-Sch.-C. Der Director wird aufgefordert, zu berichten, in welcher Weise und mit welchem Erfolge der Unterricht in der philosophischen Propädeutik in den letzten Jahren ertheilt worden ist.

März 27. K. P.-Sch.-C. Die Einführung des Lehrbuchs der ebenen Geometrie von Grunert wird genehmigt.

April 2. Der Lehrplan p. 1861/62 wird genehmigt.

April 20. Der Director wird zur Theilnahme an der ersten Directoren-Conferenz der pommerschen Gymnasien auf den 21. Mai eingeladen.

Mai 4. Von dem Programm sind künftig an das K. P.-Sch.-C. einzusenden 232 Exemplare, an die Geh. Registr. des K. U.-M. 167 Exemplare, zusammen 399.

Juni 5. K. P.-Sch.-C. Militäraspiranten sind bei der Maturitätsprüfung mit derselben Strenge zu beurtheilen wie die übrigen Abiturienten.

Juni 21. K. P.-Sch.-C. Abschriftliche Mittheilung einer hohen Ministerialverfügung vom 12. ej, wonach in dem zu Anfange des Jahres 1862 zu erstattenden Verwaltungsberichte über die Erfolge des deutschen Unterrichts am Gymnasium besonders eingehend berichtet werden soll.

Juli 3. Mittheilung einer h. Ministerialverfügung vom 24. Juni betreffend die Geschichte des Gymnasiums.

November 5. K. P.-Sch.-C. übersendet zur Kenntnissnahme und Nachachtung ein Rescript des K. U.-M. vom 31. October, welches für die Schüler der Gymnasien die Berechtigung zum

einjährigen freiwilligen Militairdienste wiederholt von einem mindestens halbjährigen Aufenthalte in der Secunda abhängig macht. Die Versetzung nach Secunda ist mit Strenge und ohne Rücksicht auf den gewählten künftigen Beruf des Schülers vorzunehmen. In den Abgangszeugnissen solcher Schüler, die nach einem halben Jahr aus Secunda abgehen, ist ausdrücklich zu bemerken, ob dieselben sich das bezügliche Lehrpensum gut angeeignet und gut betragen haben.

Dezember 5. In den Maturitätszeugnissen der künftigen Theologen ist ein Vermerk einzuschalten über den im mündlichen Gebrauche der lateinischen Sprache erlangten Grad der Fertigkeit und eine Mahnung die philologischen Studien überhaupt und die Uebungen im lateinisch Schreiben und Sprechen nicht zu vernachlässigen.

December 22. Friedrich Wilhelm IV, ein Lebensbild von Ziethen wird zur Anschaffung empfohlen.

December 27. Das Leben der Griechen und Römer nach antiken Bildwerken von Guhl und Koner (Berlin bei Weidmann) wird empfohlen.

December 30. Betrifft die Mittel, den Erfolg des geographischen Unterrichts zu verstärken und nachhaltig zu machen.

Januar 16. Die Einführung der lateinischen Schulgrammatik von Siberti u. Meiring und der grösseren lat. Grammatik von Meiring, und zwar der ersteren in den Klassen von Sexta bis einschliesslich Tertia, der andern in Secunda und Prima, wird genehmigt.

C. Uebersicht des Lehrplans.

PRIMA.

Ordinarius: Der Director.

Latein: 8 Stunden. Gelesen wurden ausser der Rede Ciceros p. Milone die Annalen des Tacitus B. I und eine auf die deutsche Geschichte bezügliche Partie aus dem 2ten Buche. Ferner Horat. Od. III. u. IV. m. A. und Epp. An die Lectüre reihten sich grammatisch-stilistische Uebungen, Exercitia, Extemp. und freie Aufsätze, Sprech- und Memorirübungen. Gelegentlich zusammenhangende Abschnitte aus der grammat. Theorie nach Bedürfniss. Die Privatlectüre erstreckte sich über Livius, Ciceros und Plinius Briefe u. s. w. Der Director.

Griechisch: 6 St. Sophocl. Philoctet. Einzelne Abschnitte wurden memorirt. Demosth. Olynth. 1—3. Phil. II. de reb. Chers. Phil. III. 3 St. Mündliche Uebersetzungsübungen nach Rost und Wüstemann II. Alle 14 Tage abwechselnd ein Exercit. oder Extemporale. 1 St. Prof. Hennicke. Hom. Jlias XIII—XX. 2 St. Der Director.

Hebräisch. II. Reg. Ausgewählte Psalmen. Grammatik nach Gesenius. Monatlich eine schriftliche Analyse, einzelne Exercitia. 2 St. Im S. Regierungsrath Neumann, im W. Subrector Dr. Hüser.

Deutsch: 3 St. Im S. Litteraturgeschichte des 14. 15. 16. Jahrhunderts. Mhd. Poesie und Prosa nach Weinhold's Lesebuch. Im W. Litteraturgeschichte bis Klopstock und Lessing nebst Lectüre des Laocoon und einiger Dramen. Freie Vorträge und schriftliche Aufsätze. G. L. Drosihn

Französisch: 2 St. Repetition der Grammatik nach Plötz II. Exercitien, und Extemporalien, ausserdem Aufsätze von den Geübteren, alle 3 Wochen eine Arbeit. Lectüre nach Schütz. Dr. Zelle.

Religion: 2 St. Im S. Erklärung des Römerbriefs nach dem Urtexte. Repetition der Paulinischen Reisen. Im W. Evangelium Johannis. In jedem Semester eine schriftliche Arbeit. G. L. Drosihn.

Mathematik: 4 St. Trigonometrie. Combinationslehre, binomischer Lehrsatz u. s. w. Repetition und Erweiterung des Pensums von Secunda betreffend die Algebra. Mündliche und schriftliche Uebungen in der Lösung von Aufgaben aus sämmtlichen Abschnitten der elementaren Mathematik. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. Dr. Tägert.

Physik: 2 St. Akustik, Optik. Repetition der Lehre vom Magnetismus und der Electricität, Lehre vom Galvanismus, Electromagnetismus u. s. w. Derselbe.
Geschichte: 3 St. Mittelalter nach Dietsch nebst Erneuerung und Vervollständigung der geographischen Kenntnisse. Prof. Grieben.

SECUNDA.

Ordinarius: Prof. Dr. Grieben.

Latein: 10 St. Cic. p. Roscio Am. und de imp. Cn. Pomp. abwechselnd mit Livius VIII., IX., X. und XXI (angefangen). Privatlectüre. Schriftliche Uebungen. Repetition der Grammatik unter Benutzung der tabellarischen Uebersicht vom Prof. Grieben. 3 St. Der Ordinarius. Virg. Aeneis I. II. III-200 nebst einigen metrischen Uebungen. Der Director.
Griechisch: 6 St. Hom. Od. XII-XXI. Einzelne Abschnitte wurden memorirt. Xenoph. Hellen. III. IV. 1—5. Herodot VI. 94—VII, 20. 1 St. Mündliche Uebungen nach Rost und W. II. 1 St. Grammatik nach Krüger §. 43—51. 1 St. Alle 8 Tage abwechselnd ein Exerc. oder Extemp. 1 St. Prof. Hennicke.
Hebräisch: 2 St. Lectüre: Genesis I—III. VI., VIII. Grammatik nach Gesenius §. 1—105. Im W. alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. Dr. Kupfer.
Deutsch: 2 St. Mehrere prosaische und poetische Stücke aus Herder und Schiller nebst biographischen Notizen. Alle 3 Wochen ein Aufsatz. Uebungen im mündlichen Vortrage. Prof. Grieben.
Französisch: 2 St. Grammatik nach Plötz II. §. 70—78. Exercitien und Extemporalien (alle 3 Wochen). Lectüre aus Schütz's Lesebuch. Dr. Zelle.
Religion: 2 St. Im S. die katholischen Briefe gelesen. Repetition des apostolischen Zeitalters. Im W. Das Leben Jesu nach dem Evangelium Lucä, das zum Theil im Urtext gelesen wurde. Uebersicht über die Geschichte des letzten Jahrhunderts vor Christo und des ersten Jahrhunderts nach Chr. bis zur Zerstörung Jerusalems. Jedes Semester eine schriftliche Arbeit. G. L. Drosihn.
Mathematik: 4 St. Die Lehre von den Verhältnissen und Proportionen, von der Aehnlichkeit der Figuren; Beendigung der Kreislehre, Flächenberechnung gradliniger Figuren und des Kreises. Geometrische Aufgaben. Auflösung von Gleichungen ersten und zweiten Grades mit einer und mit mehreren Unbekannten. Uebungen im Auflösen algebraischer Aufgaben. Die Lehre von den Wurzelgrössen, den Logarithmen, Progressionen, der Zinseszins- und Rentenrechnung. Dr. Tägert.
Physik: 1 St. Von den allgemeinen Eigenschaften der Materie. Grundzüge der Bewegungslehre. Wärmelehre. Derselbe.
Geschichte: 3 St. Römische Geschichte nach Dietsch I. nebst geographischen Repetitionen unter Benutzung der Wandkarten und des historischen Schul-Atlas von Rhode. Prof. Grieben.

OBERTERTIA.

Ordinarius: Prof. Dr. Hennicke.

Latein: 10 St. Davon 2 St. Grammatik nach Putsche §. 81—151. 1 St. Mündliche Uebersetzung aus Süpfle II. 1 St. Alle 8 Tage ein Exercitium oder Extemporale. 4 Stunden Curtius VI, VII, VIII, 1—8. Einzelne Abschnitte wurden auswendig gelernt. Der Ordinarius. Ovid. Metamorph. XI. u. XII. Prof. Grieben. 2 St.
Griechisch: 6 St. Xenoph. Anab. IV. Hom. Od. 1 (Einzelne Abschnitte wurden memorirt) 3 St. Mündliche Uebersetzungen aus Rost u. W. I. Alle 8 Tage ein Exercit. oder Extemp. 2 St. Grammatik nach Krüger: Wiederholung und Erweiterung des Pensums von Tertia B, insbesondere verba anomala. 1 St. Dr. Kupfer.
Französisch: 3 St. Grammatik nach Plötz II §. 24—69 Exercitien und Extemporalien alle 14 Tage. Lectüre aus Plötz III. Lectures choisies. Dr. Zelle.
Deutsch: 2 St. Erklärung von Lesestücken aus Hopf und Paulsieck II Declamationen. Aufsätze. Dr. Zelle.
Religion: 2 St. Geschichte des Reiches Gottes im alten Bunde nach Hollenberg §. 1—46. Wiederholung des Katechismus. Erlernung von Bibelsprüchen. Der Ordinarius.
Geschichte und Geographie: Deutsche und brandenburgisch-preussische Geschichte nach Dietsch von 1500—1815. Geographie von Europa, insbesondere von Deutschland und Preussen nach Daniel, Uebung im Kartenzeichnen. Im S. 3 im W. 4 Stunden. Dr. Zelle.

Mathematik. Im S. 4 im W. 3 St. Von den merkwürdigen Punkten eines Dreiecks; die Methode der Auflösung geometrischer Aufgaben, Uebungen im Aufgabenlösen; die Lehre von der Flächengleichheit ebener Figuren. — Arithmetik: Eingehende Repetition des Pensums von Tertia B; die Lehre von den Potenzen, vom dekadischen Zahlensystem, von den Decimalbrüchen, von der Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzeln. Dr. Tägert.

UNTERTERTIA.

Ordinarius: Dr. Kupfer.

Latein: 10 St. Caesar d. b. G. III, IV, V. 4 St. Der Ordinarius. Ovid. Metamorph. VI u. VII. m. A. (Einiges wurde memorirt) und Prosodik. 2 St. Dr. Zelle. Grammatik nach Putsche §. 58—80. 2 St. Mündliche Uebersetzungen aus Süpfle 1. Exercitia und Extemporalia alle 8 Tage. 2 St. Dr. Kupfer.

Griechisch: 6 St. Lectüre aus Jacobs Elementarbuch Curs. 2. Grammatik nach Krüger: Wiederholung und Vervollständigung des Pensums von Quarta, verba liquida, verba in $\mu\iota$ und die gebräuchlichsten anomala. Wöchentlich ein schriftliches Exercitium oder Extemporale. Mündliche Uebungen nach Rost u. W. Der Ordinarius.

Französisch: 2 St., im S. 3 im W. Plötz's lectures choisies. Grammatik nach demselben. Repetition einzelner Theile des Pensums von Quarta, dann Th. II. §. 1—23 unregelmässige Zeitwörter. Exercitien und Extemporalien alle 14 Tage. G. L. Höffner.

Deutsch: 2 St. Lesestücke von Hopf und Paulsieck Th. II., 1. Aufsätze (alle 3 Wochen) und Declmationen. Derselbe.

Religion: 2 St. Erklärung und Auswendiglernen des luth. Katechismus verbunden mit der Repetition der einschlagenden Abschnitte aus der biblischen Geschichte. Wiederholung früher memorirter Kirchenlieder. Dr. Kupfer.

Geschichte und Geographie: 4 St. Deutsche Geschichte bis zur Reformation. Orographie und Hydrographie und politische Geographie Deutschlands. Im S. Dr. Volz, im W. Geschichte Dr. Zelle, Geographie G. L. Höffner.

Mathematik: Geometrie: Wiederholung des Pensums von Quarta, die Lehre von den parallelen Linien und den Parallelogremmen, der Kreislehre erster Theil. Arithmetik: Einleitung von den vier Hauptrechnungsarten mit bestimmten und unbestimmten, ganzen und gebrochenen Zahlen und den dahin gehörigen Lehrsätzen und Aufgaben; vielfache Uebungen im Buchstabenrechnen. Dr. Tägert.

QUARTA.

Ordinarius im S. Dr. Volz, im W. G. L. Lamprecht.

Latein: 10 St. Corn. Nepos: Cato, Epaminondas, Agesilaus, Phocion, Cimon, Datames, Hamilcar, Hannibal 4 St. Grammatik: Wiederholung der Formenlehre, Syntax der Casus und das Wichtigste vom Gebrauche der Tempora und Modi. 3 St. Mündliche Uebersetzungen aus Süpfle 1. Memoriren von Vocabeln nach Meiring. Wöchentliche Exercitien und Extemporalien 2 St. Im S. Dr. Volz, im W. G. L. Lamprecht.

Griechisch: 6 St. Jacobs I. Formenlehre excl. verba liq. u. in $\mu\iota$. Mündliche und schriftliche Uebungen. Derselbe.

Deutsch: 2 St. Lectüre aus dem Lesebuche von Hopf und Paulsieck Theil 1, 3. Uebungen im Erzählen, Beschreiben und Declamiren. Alle 3 Wochen ein Aufsatz. Satzlehre. Im S. Dr. Volz, im Winter G. L. Lamprecht und Dr. Hüser.

Französisch: 2 St. Lectüre und Grammatik nach Plötz 1 §. 1—68. Exercitien und Extemporalien. G. L. Höffner.

Religion: 2 St. Evangelium Lucä und Apostelgeschichte. Repetition des Katechismus. Erlernung von Bibelsprüchen und Kirchenliedern. Der Ordinarius.

Geschichte und Geographie: 3 St. Alte Geschichte mit Benutzung der Cauerschen Tabellen. Geographie der um das Becken des Mittelmeers herumliegenden Länder nach Daniel G. L. Lamprecht.

Mathematik: 3 St. Einleitung. Die Lehre von der Congruenz der Dreiecke. Repetitionen der Bruchrechnung, Decimalbrüche, Quadratwurzelausziehung, Repetition der einfachen und

zusammengesetzten Regeldetri, der Gesellschaftsrechnung, Zinsrechnung, Mischungsrechnung, Kettenrechnung nebst Erklärung und Begründung dieser Rechnungsarten. Dr. Tägert.

QUINTA.

Ordinarius: Gymnasiallehrer Drosihn.

Latein: 9 St. Formenlehre und Elemente der Syntax. Wöchentlich ein Exercitium. Schönborns Lesebuch Curs. II. Memoriren von Vocabeln. Der Ordinarius.

Deutsch: 3 St. Lectüre und kurze Erklärung poetischer und prosaischer Abschnitte aus dem Lesebuche. Uebung im Wiedererzählen und Declamiren. Wöchentlich abwechselnd eine orthographische Uebung und ein Aufsatz. Derselbe.

Französisch: 3 St. Grammatik und Lectüre nach Plötz 1. §. 1—40 u. m. A. §. 40—60. Leseübungen und Formenlehre bis incl. zu den 4 regelmässigen Conjugationen. Schriftliche Uebungen. G. L. Höffner.

Religion: 3 St. Biblische Geschichte des N. T. nach Zahn. Katechismuslehre. Erlernung von Bibelsprüchen zum 1. u. 2. Artikel nach Jaspis und von Kirchenliedern. Der Ordinarius.

Geographie: 2 St. Uebersicht der aussereuropäischen Erdtheile nach Daniel. Im S. Dr. Volz, im W. Dr. Tägert.

Rechnen: 3 St. Wiederholung der Bruchrechnung und einfachen Regel de tri, die zusammengesetzten Rechnungsarten nach Scheidemanns Aufgaben Heft 4. G. L. Höffner.

Naturbeschreibung: 2 St. Im S. Botanik, im W. Zoologie, (Säugethiere). G. L. Höffner.

SEXTA.

Ordinarius: Im S. Gymnasiallehrer Lamprecht,
im W. Subrector Dr. Hüser.

Latein: 10 St. Uebersetzungsübungen nach Schönborn I im Anschluss an die entsprechenden Abschnitte der Grammatik §. 1—82. Vocabellernen, Exercitien. Die beiden Ordinarien.

Deutsch: 3 St. Die Redetheile und der einfache Satz nebst orthographischen Uebungen. Hopf und Paulsieck I, 1, Nr. 1—50 gelesen und besprochen. Vortrag von Gedichten und Nacherzählung prosaischer Stücke. Wöchentlich eine Correctur. Dieselben.

Religion: 3 St. Biblische Geschichte des A. T. nach Zahn. Erlernung der drei ersten Hauptstücke des christlichen Glaubens nebst den dazu gehörigen Bibelsprüchen und Kirchenliedern. Im S. Lamprecht, im W. Dr. Hüser.

Geographie: 2 St. Vorbegriffe. Uebersicht der ganzen Erde nach Daniel. G. L. Höffner und Dr. Hüser.

Rechnen: 3 St. Bruchrechnung und einfache Regel de tri nach Scheidemanns Aufgaben. Heft III. G. L. Höffner.

Naturgeschichte: 2 St. Im S. Botanik, im W. Uebersicht des Thierreichs nebst Uebung im Beschreiben einzelner Repräsentanten ihrer Klassen. Derselbe.

Die wenigen Schüler, welche von der Theilnahme am Unterrichte in der griechischen Sprache dispensirt sind, wurden in zwei wöchentlichen Controlstunden theils mit Aufgaben aus dem arithmetischen Pensum ihrer Klassen theils mit französischen Arbeiten beschäftigt. G. L. Höffner.

Unterricht in der englischen Sprache

für freiwillige Theilnehmer aus den Klassen von Prima bis Quarta.

Klasse 1. Grammatik und Exercitien nach Fölsing. Von den Geübteren schriftliche Uebersetzungen aus Schillers dreissigjährigem Kriege u. s. w. Lectüre von Shakespeare und Dickens. Sprechübungen. 2 St. Dr. Zelle.

Klasse 2. Leseübungen, Grammatik nach Fölsing 1. Wöhentlich ein Exercitium 2 St. Derselbe.

Gesangunterricht.

1. Singklasse. Vierstimmiger Chor. Choräle, Motetten, Psalmen, Stücke aus Oratorien u. s. w. 1 St.

2. Klasse. Männerstimmen. Erk's mehrstimmige Gesänge. 1 St.

3. Klasse umfasst die ungeübteren Sänger aus Tertia und Quarta. Zwei und dreistimmige Choräle und Lieder. Erk's und Greef's Sängerhain. 2 St.
4. Klasse für Quintaner und Sextaner. 2 St. Notenkenntniss, Tonleitern, Treffübungen, Lieder und Choräle aus Erk's Sängerhain. Dr. Zelle.

Zeichnenunterricht

für die Schüler von Prima bis Sexta
und

Turnunterricht

für die Schüler aller Klassen ertheilt wöchentlich je zweimal Nachmittags ausserhalb der gewöhnlichen Schulzeit der technische Gymnasiallehrer Hauptner.

Verzeichniss der Lehrbücher und Hülfsmittel,

welche beim Unterricht in den verschiedenen Klassen gebraucht werden.

Religion. Die Bibel in Luthers Uebersetzung in I—VI. Zahn's bibl. Historien in V und VI. Nov. Test. Gr. in I und II. Hollenberg's Hülfsbuch in I—IIIA. Jaspis Katechismus Ausg. C. in IIIA bis VI. Bollhagen's Gesangbuch von I—VI.

Deutsch. Weinholds mittelhochdeutsches Lesebuch in I. Lesebuch von Hopf und Paulsieck. Th. II, 1 in IIIA und B; Th. I, 3 in IV; Th. I, 2 in V; Th. I, 1 in VI.

Latein. Ausser den Klassikern Meirings lat. Grammatik für die obern Klassen (I und II.) Bonn bei Habicht 2. Aufl. 1861 und Lat. Schulgrammatik von Siberti und Meiring für die Kl. von VI—IIIA. Süpfle's Aufgaben Th. I für IV und IIIB. Theil II für die obern Klassen. Meirings Sammlung lat. Wörter in IV—VI; Schönborn's Lesebuch Th. II in V, Th. I in VI.

Griechisch. Ausser den zur Lectüre bestimmten Klassikern Krügers Sprachlehre für Anfänger von I—IV; Rost und Wüstemann's Anleitung zum Uebersetzen Theil II in I und II; Theil I in III und IV; Jacobs Elementarbuch Th. I in IIIB und IV.

Französisch. Schütz's Lesebuch in I und II; Plötz's Lehrbuch der franz. Sprache Th. II in I—IIIB; Theil I in IV und V. Plötz's lectures choisies in IIIA und IIIB.

Englisch. Fölsing Th. II in der 1ten, Th. I in der 2ten Kl., ausserdem in der 1ten Kl. englische Autoren, in der 2ten Springflower's from the Englisch literature von Plate.

Hebräisch: Codex hebr. und Gesenius Grammatik.

Geschichte. Dietsch Grundriss Th. I u. II in I, Th. III in II; Dietsch brandenburg.-preussische Geschichte in IIIA. Cauers Tabellen in IIIB und IV.

Geographie. Daniels Lehrbuch in I—IIIB, dessen Leitfaden in IV—VI; ein Atlas der neuen Welt (von Sydow, Kiepert) und von IV aufwärts auch der alten Welt.

Mathematik und Rechnen. Vega's logarith. in I und II. Grunert's Stereometrie in I; desselben Planimetrie in II—IV. Scheidemanns Aufgaben Heft IV in V, Heft III in VI.

Physik und Naturgeschichte. Trappe's Physik in I und II. Leunis Leitfaden in V und VI.

Schreiben. Brückners Vorschriften.

Singen. Erk's Sängerhain u. mehrstimmige Lieder. Fr. u. L. Erk's frische Lieder u. Gesänge —

Tabellarische Uebersicht.

Namen der Lehrer.	Prima.	Secunda.	Tertia A.	Tertia B.	Quarta.	Quinta.	Sexta.	Summa der Stunden.
1. Dr. **Roeder,** Director, Ord. v. Ima	Lat. 8 Griech. 2	Latein 2						12.
2. Prof. Dr. **Grieben,** Prorector, Ord. von IIda	Gesch. u. Georgr. 3	Lat. 8 Deutsch 2 Gesch. 3	Latein 2					18.
3. Prof. Dr. **Hennicke,** Conrector, Ord. von IIIA.	Griech. 4	Griech. 6	Rel. 2 Lat. 8					20.
4. Dr. **Hüser,** Subrector, im W. Ord. v. VIta	Hebr. 2 *)				Deutsch 2		Rel. 3 Deutsch 3 Latein 8 Geogr. 2	20.
5. Dr. **Zelle,** 1ter ord. Lehrer.	Franz. 2 Englisch 2 (Prima u. Secunda)	Franz. 2 Singen 6 (Secunda bis Sexta)	Deutsch 2 Franz. 3 Gesch. u. Geogr. 4 (i. S. 3) Englisch 2 (Tertia A u. B)	Lat. 2				Im S. 15 Im W. 14 Singen 6 Summa 21 resp. 20 Engl 4
6. Dr. **Kupfer,** 2ter ord. Lehrer. Ord. von IIIB.		Hebr. 2	Griech. 6	Rel. 2 Lat. 8 Griech. 6				24.
7. Dr. **Tägert,** 3. ord. Lehrer.	Math. 4 Phys. 2	Math. 4 Phys. 1	Math. 3 i. S. (4)	Math. 3 i. S. (4)	Math. u. Rechn. 3	Geogr. 2		22 i. S. (24)
8. **Drosihn,** 4. ord. Lehrer. Ordinarius v. Vta.	Rel. 2 Deutsch 3	Rel. 2.				Rel. 3 Deutsch 3 Lat. 9		22
9. **Höffner,** 5. ord. Lehrer.			Controllectionen für Nicht-Griechen 2	Franz. 3 i. S. (2) Deutsch 2	Franz. 2	Franz. 3 Rechn. 3 Naturg. 2	Rechn. 3 Naturg. 2	22. S. 21.
10. **Hauptner,** Technischer G. L.	Zeichnen 2 (Prima bis Tertia A) Turnen im Sommer 4 Std. (alle Classen)			Zeichn. 2	Zeichn. 2	Zeichn. 2 Schreib. 2	Zeichn. 2 Schreib. 4	16. im S. 20.
11. **Lamprecht,** **) Wissenschaftl. Hülfsl. i. S. Ord. v. VI. i. W. Ord. v. IV.					Rel. 2 Lat. 10 Griech. 6 Gesch. u. Geogr. 3		Lat. 2	23. b. Neujahr (incl Deut. in IV) 25.

*) Im Sommer: Herr Schulrath Neumann.

**) Anmerkung. Im Sommer verwaltete mit den entsprechenden Lehrstunden das Ordinariat von IVta der zur Vertretung des beurlaubten Dr. Hüser berufene Candidat Dr. Volz. Auch zu Anfange des Wintersemesters bedurfte Dr. Hüser wegen fortdauernder Kränklichkeit noch theilweiser Vertretung durch die DD. Zelle, Kupfer, Tägert und Höffner; Dr. Kupfer behielt die hebr. Lectionen in IIda freiwillig während des ganzen Winters.

D.

1. Statistisches.

Im laufenden Schuljahr sind überhaupt 66 neue Schüler hinzugekommen. Die Gesammtfrequenz betrug nach Abschluss der Osteraufnahme 256, zu Neujahr 261, nämlich in Sexta 33, in Quinta 37, in Quarta 46, in Tertia B 48, in Tertia A 38, in Secunda 49, in Prima 20. Darunter sind 124 Auswärtige und 127 Einheimische, die mit Ausnahme von 8 Schülern mosaischen Glaubens alle der evangelischen Confession angehören. Abgegangen sind 40. Ein wackerer Quartaner, Heinrich Huth von hier, starb am 6. August v. J.

2. Lehrapparat.

Ausser der etatsmässigen Vermehrung unserer Studienmittel, welche an ihrem Orte vorschriftsmässig inventarisirt und in die betreffenden Kataloge eingetragen wurden, gingen dem Gymnasium nachstehende dankbar entgegengenommene Geschenke zu:

I. Von Seiten des hohen vorgesetzten Ministeriums:

a. Die Programme und Gelegenheitsschriften der inländischen und derjenigen ausländischen höheren Lehranstalten, welche dem Programmentausche beigetreten sind.
b. Dr. Koners Zeitschrift für allgemeine Erkunde, Bd. IX und X in je 6 Heften.
c. Ergänzungs-Atlas zu dem Bildersaal altdeutscher Dichter von Dr. von der Hagen.
d. Dr. Gerhards Etruskische Spiegel, Ergänzungsband, Lief. 1. 2. 3.
e. Alte Denkmäler von Welcker, 4. Theil Wandgemälde.
f. Denkmäler der Baukunst in Preussen von Quast. Heft 3.
g. Hesychius ed. M. Schmidt bis Vol. IV. fasc. 1. und 2.
h. Crelles Journal für reine und angewandte Mathematik, Bd. 59 u. 60 Heft 1. u. 2.
i. Rheinisches Museum für Philologie von Welcker und Ritschl. Jahrgang 16 in 4 Heften.
k. Protokoll der ersten pommerschen Directorenversammlung in 2. Ex. —

II. Vom Herrn Consistorialrath Roth 1, Lexikon deutscher Dichter und Prosaisten von K. H. Jordens in 6 Bde. 2, Maurers prakt. Cursus über die hebräische Formenlehre.

III. Vom Herrn Kreis-Thier-Arzt Erdt dahier ein Herbarium, vorzugsweise die Flora der Umgegend von Cöslin umfassend.

IV. Theoretisch-practische englische Leseschule von Strauss. Geschenk des Verlegers Herrn Riffarth zu Gladbach. —

3. Beneficien.

Der Verein zur Unterstützung bedürftiger Gymnasiasten hatte mit Einschluss des Bestandes aus dem vorigen Jahr eine Einnahme von 159 rtl. 23 sgr. Die Ausgabe betrug 97 rtl. 15 sgr. Davon wurden kleine Stipendien zu je 10 rtl. jährlich in 3 Quartalen an je 10, in einem an 9 Schüler ausgezahlt. Von dem verbliebenen Bestande werden, wenn es die nächste Jahreseinnahme gestattet, 50 rtl. bei der Sparkasse angelegt werden.

Dem Vereine neu beigetreten sind die Herrn: Major Trütschler von Falkenstein, Regierungs-Assessor von Sanden, Rechts-Anwalt Sachse, Rechtsanwalt Seliger. Dagegen sind fünf ausgeschieden, so dass die gegenwärtige Zahl der Mitglieder 79 beträgt. Ausserdem verpflichteten diejenigen. Familien das Gymnasium zum herzlichsten Danke, welche demselben ihr Wohlwollen durch Verleihung von Freitischen an unbemittelte Gymnasiasten bewiesen.

Die zu Michael 1861 vacant gewordene Rate des Braunschweigischen Stipendiums wurde dem Studiosus theol. Below aus Cöslin conferirt.

Ermässigung oder vollständiger Erlass des Schulgeldes wurde Schülern von Sexta bis Obertertia incl. im Betrage von 10 pCt. der Gesammtfrequenz auch in diesem Jahre durch das Scholarchat gewährt.

E. Die Feier des Geburtstags Sr. Majestät des Königs

wird am Sonnabend den 22. März Vormittags um 11 Uhr gleichzeitig mit der Entlassung der Abiturienten statt finden. Bei dieser Gelegenheit werden ausser den Declamanten aus allen Klassen die nachbenannten Primaner mit selbstgearbeiteten Vorträgen auftreten, nämlich

1. Heinrich Kiehl aus Colberg (Abiturient) wird in lateinischer Sprache das Thema behandeln: Quid debeat Borussia regibus suis.
2. Louis Meyer von hier wird über die Schlacht bei Fehrbellin französisch sprechen.
3. Johannes Rudolph von hier (Abiturient) wird eine deutsche Rede halten und sich im Namen seiner Mitabiturienten von der Schule verabschieden.
4. Erwiederung des Abschiedswortes von Seiten des Primaners Max von Weiher aus Zemmin. —

Die öffentliche Prüfung sämmtlicher Gymnasialklassen findet Dienstag nach Palmarum den 15. April Vormittags von 8 Uhr im Saale des Gymnasiums statt.

Zu obiger Feier wie zur Schlussprüfung beehre ich mich hierdurch das Scholarchat des Gymnasiums, die Eltern unserer Schüler und alle Gönner der Anstalt, so weit der beschränkte Raum der Aula reicht, hierdurch ergebenst einzuladen.

Das Sommersemester beginnt am Dienstag den 29. April. Die Aufnahme der einheimischen Schüler findet an dem vorhergehenden Montage den 28. statt. Auswärtige können während der Ferien mit Ausnahme des Sonntags und der Festtage in den Vormittagsstunden jederzeit zur Aufnahme geprüft werden.

Cöslin, den 5. März 1862.

Dr. Roeder,

Director.